

**МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПРОМИСЛОВОГО ОБЛАДНАННЯ**

УДК 623.4.01

Анипко О.Б., Рикунів О.Н.

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ «СТВОЛ–КОРПУС–ПОДВЕСКА» С ПОМОЩЬЮ РАЗЛОЖЕНИЯ В РЯД ФУРЬЕ**

**Актуальность и постановка задачи.** Точность стрельбы автоматического оружия характеризуется рядом взаимосвязанных параметров. Такими параметрами, согласно таблицам внешней баллистики, являются исходные данные стрельбы. Задание режима и условий стрельбы сводится к заданию отдельных их параметров в таком сочетании, при котором обеспечивается необходимая точность стрельбы, которая характеризуется меткостью и кучностью [2].

При стрельбе боевых колесных машин, на вооружении которых установлены малокалиберные автоматические пушки (МАП), в системе "ствол–корпус–подвеска" протекает ряд динамических процессов, которые в совокупности приводят к снижению точности попадания в цель. К таковым относятся [1]:

1) Колебания корпуса боевой машины, обусловленные неровностями дороги и отдачей пушки после выстрела;

2) Колебания пушки при стрельбе (стрельба с места и в движении);

3) Работа тормоза отката.

Колебания характеризуются такими параметрами [6]:

1. амплитудой колебаний, т.е. величиной наибольшего отклонения от положения равновесия,

2. периодом колебаний, т.е. временем одного полного колебания;

3. законом изменения колеблющейся величины во времени;

4. фазой колебаний.

При автоматической стрельбе влияние колебаний на точность стрельбы происходит иначе, чем при стрельбе одиночными выстрелами. В первую очередь это связано с тем, что при равномерном темпе стрельбы возможно возникновение резонанса колебаний, возобновляемого при каждой серии выстрелов. Во-вторых, при кратном числе колебаний и темпе стрельбы, возрастает амплитуда колебаний ствола, что в свою очередь негативно влияет на точность стрельбы. Также немаловажным фактором при стрельбе с ходу является состояние дорожного покрытия, которое характеризуется величиной неровности дороги. В результате, как при стрельбе, так и при движении боевой машины возникают возмущения, которые характеризуются частотой колебаний и их амплитудой. Для определения составляющих затухающих колебаний пушки, а так же определения взаимосвязи между колебаниями бронекорпуса и пушки необходимо рассмотреть две модели:

1. Модель динамики пушки при отсутствии движения.

2. Модель динамики пушки при движении.

При разработке математической модели введём два допущения:

– пушку рассматриваем как жесткий стержень, который жестко закреплён в боевом модуле с установленным тормозом отката;

– бронекорпус принимаем жестким, установленным на восьми упругих опорах.

Рассмотрим состояние системы, когда возмущений неровностей дороги нет, машина неподвижна. При этом система характеризуется вынужденными затухающими колебаниями пушки и бронекорпуса, возникающими в результате действия силы отдачи выстрела и силы упругости тормоза отката. Частота колебания пушки при стрельбе определяется темпом стрельбы.

МАП, установленные в боевых модулях, имеют два режима стрельбы: одиночный и очередью. При стрельбе одиночными выстрелами, колебания не влияют на точность стрельбы. Поскольку интервал времени между выстрелами  $\min[T] \geq t_{\text{зат}}$  больше времени затухания возмущений вызванных выстрелом. Таким образом, система успевает вернуться в исходное положение перед последующим выстрелом. В тоже время стрельба с места определяется точностью подготовки исходных данных стрельбы [3] и зазорами в механизмах удержания пушки. Уравнение суммарного отклонения ствола пушки при стрельбе с места принимает вид [6]:

$$\Delta X_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \Delta X_i, \quad (1)$$

где  $n$  – число возмущающих факторов.

При этом не следует учитывать при стрельбе с места следующие факторы:

- возмущения возникающие при движении по неровностям;
- возмущения вызванные демпфирующими элементами подвески.

Основным режимом ведения огня МАП является стрельба очередями, поэтому в процессе стрельбы возникают негармонические затухающие колебания как результирующие ряда возмущений описанных выше.

В результате обработки экспериментальных данных стрельб [8] установлено, что размещение средней точки попадания по семи сериям стрельб представляется в форме эллипса (рис. 1). Идентифицировать полученные результаты возможно путём сравнения их с фигурами Лиссажу. Фигуры Лиссажу (ФЛ) – замкнутые траектории, прочерчиваемые точкой, совершающей гармонические колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях. При помощи ФЛ, определили частоту и отношение частот складываемых колебаний.

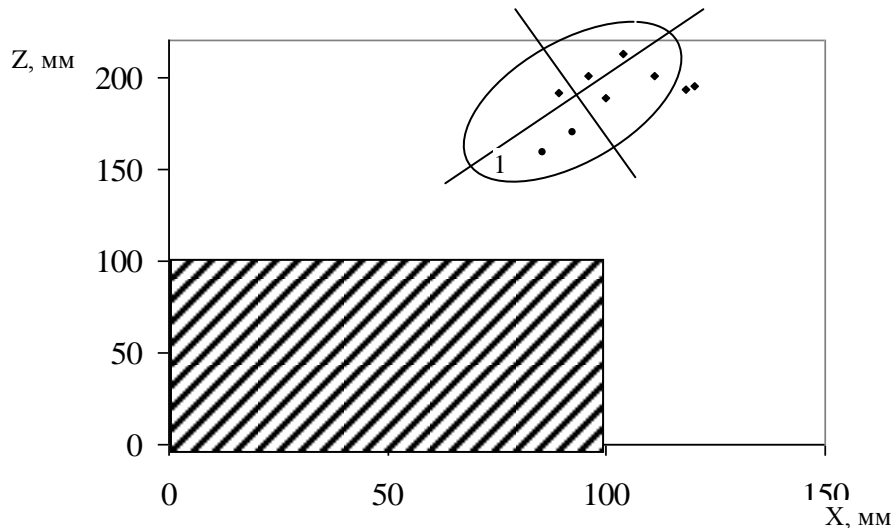


Рисунок 1 – Размещение средних точек попадания:

1 – область ограничивающаяся эллипсом, описываемая вокруг средних точек попадания

Вид фигур Лиссажу определяет соотношение между периодами (частотами), фазами и амплитудами обоих колебаний. По экспериментальным данным идентифицируем фигуры Лиссажу. Фигура, описываемая вокруг СТП, представляет эллипс. Данная фигура соответствует равенству обоих периодов и разности начальных фаз  $7\pi/4$  ( $315^\circ=5,5$  рад.).

Амплитуда смещения в результате колебаний корпуса боевой машины после выстрела:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (2)$$

где  $\varphi$  – начальная фаза колебаний;  $(\omega t + \varphi)$  – фаза колебания;  $A$  – амплитуда колебаний;  $\omega = 2\pi/T$  – угловая частота колебаний;  $T$  – период колебаний.

Поскольку направления колебания системы происходят во взаимно перпендикулярных плоскостях друг к другу, то для каждой координаты изменение амплитуды во времени:

$$x(t) = a_0 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_1), \quad (3)$$

$$y(t) = b_0 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \varphi_2). \quad (4)$$

Траектория колебаний, имеющих форму эллипса, описывается уравнением (5), причем полуоси эллипса равны соответствующим амплитудам колебаний [6]:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (5)$$

где  $x, y$  – смещение точки вдоль координаты  $x$  и  $y$ ;  $a$  и  $b$  – амплитуды складываемых колебаний;  $(\varphi_2 - \varphi_1)$  – разность фаз колебаний.

Исходя из экспериментальных данных [8] координаты средней точки попадания (табл. 1) по семи сериям эксперимента, соответствуют отклонению колебаний ствола пушки вдоль осей  $x$  и  $y$  в данный момент времени при стрельбе в разных режимах, относительно точки прицеливания в центре мишени.

Таким образом, при отклонении составляющих колебаний в данный момент времени для обеспечения гарантированного попадания в цель для уравнения (5) должно выполняться условие  $(x; y \leq |a; b|)$ , соответственно результирующее отклонение в данный момент времени не должно превышать соответственно размеры цели:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (6)$$

где  $r$  – результирующее отклонение в данный момент времени.

Таблица 1 – Координаты средней точки попадания

| № | Режим стрельбы                           | координаты СТП, мм |       |
|---|--|--------------------|-------|
|   |  | X                  | Y     |
| 1 | 2  | 3                  | 4     |
| 1 | 4 одиночных выстрела                     | 96,2               | 201,6 |
| 2 | Очередь из 2 выстрелов                   | 119,6              | 195,5 |
| 3 | Очередь из 3 выстрелов                   | 111,2              | 201,2 |
| 4 | Очередь из 4 выстрелов                   | 88,9               | 191,4 |
| 5 | Одиночный выстрел на борт                | 104,7              | 213,3 |
| 6 | Очередь из 3 выстрелов на борт           | 118,3              | 193,3 |
| 7 | Очередь из 2 выстрелов с ручных приводов | 100,7              | 189   |

В механических системах, участвующих в колебательном движении присутствуют силы сопротивления тормоза отката, жесткость подвески, действие которых достаточно интенсивно приводит к уменьшению энергии системы. Это проявляется в затухании колебаний, поскольку  $E_{\text{сист.}} \sim A^2$ , то при  $E \rightarrow 0$  и  $A$  уменьшается до 0.

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний [6]:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (7)$$

где  $\beta = \frac{r}{2m}$  – коэффициент затухания;  $\omega_0^2 = \frac{\kappa}{m}$  – круговая частота колебаний;  $r$  – коэффициент сопротивления, при условии что возвращающая сила пропорциональна смещению  $\Delta x$  из условия:

$$m\ddot{x} = -\kappa x - rx, \quad (8)$$

где  $F_c = -rx$  – сила сопротивления.

При существенно затухающих колебаниях системы, когда  $\beta > \omega_0$  решение уравнения (7) имеет вид:

$$x = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}, \quad (9)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  – коэффициенты подлежащие определению из условий однозначности  $x_0$  и  $\dot{x} = v_0$ .

Коэффициенты определяются из выражений:

$$C_1 = \frac{\frac{F_0}{m}(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}, \quad (10)$$

$$C_2 = \frac{\frac{F_0}{m} 2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}. \quad (11)$$

При таких условиях движение является неперiodическим, и система возвращается в исходное положение, не совершая колебаний. Причем если:

$$\lambda_1 = \beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}, \quad (12)$$

и

$$\lambda_2 = \beta - \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}. \quad (13)$$

То, задаваясь значениями  $\beta$ ,  $\omega_0$ ,  $r$ , получим закон изменения координаты при затухании колебаний при  $\omega_0 > \beta$ ,  $r < 2\sqrt{mk}$ ,  $\omega < \omega_0$ .

Очевидно, что предельный случай аперiodического движения соответствует условию  $\beta = \omega_0$ ,  $\omega = 0$ ,  $r = 2\sqrt{mk}$ .

С учетом того, что рассматриваемая система совершает вынужденные колебания под действием внешней силы  $F_{\text{внешн.}}$ , то выражение (8) запишем в виде:

$$m\ddot{x} = F + F_c + F_{\text{внешн.}}. \quad (14)$$

Соответственно правая часть уравнения (6) будет не равна нулю, а равна закону изменения внешней силы от времени. Для рассматриваемой системы такой закон определяется темпом стрельбы. В модели будем считать, что воздействие описывается гармоническим законом:

$$F_e = F_0 \cos \omega t, \quad (15)$$

где  $\omega$  – круговая частота колебаний, определяемая темпом стрельбы;  $F_0$  – амплитуда вынуждающей силы.

С учетом (15) перепишем (7) в виде:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t, \quad (16)$$

где  $f_0 = \frac{F_0}{m}$  – нормированная амплитуда вынуждающей силы.

Полное решение этого уравнения имеет вид [6]:

$$x(t) = A \cos(\omega t - \alpha) + A e^{-\beta t} \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \varphi_0), \quad (17)$$

где  $A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$  – амплитуда колебаний;  $\alpha = \arctg \frac{2\omega\beta}{\omega_0^2 - \omega^2}$  – смещение по фазе.

$A_0$  и  $\varphi_0$  определяются начальными условиями.

С учетом поглощения энергии в механической системе решение уравнения вынужденных колебаний запишем в виде:

$$x(t) = A_{\Pi}(\omega) \sin \omega t + A_{\Delta}(\omega) \cos \omega t, \quad (18)$$

где  $A_{\Pi}$  – амплитуда поглощения;  $A_{\Delta}$  – упругая амплитуда.

Которые определяются как:

$$A_{\Pi}(\omega) = \frac{2\beta\omega f_0}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}, \quad (19)$$

$$A_{\Delta}(\omega) = \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)f_0}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}. \quad (20)$$

Любая колебательная система в общем случае может совершать одновременно несколько колебаний, приводящих к смещению всей системы. Как известно [6] к таким системам применяют принцип суперпозиции, в соответствии с которым отклонение результирующего колебания определяется уравнением (1).

В свою очередь такое результирующее отклонение может быть аппроксимировано гармоническим законом:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (21)$$

где  $A$  – абсолютное значение векторной суммы векторов, составляющих отклонение системы.

Для определения частот, составляющих негармонические колебания, представим сложные колебания системы в виде суперпозиции одновременно совершающихся гармонических колебаний, для чего воспользуемся разложением в ряд Фурье [5], где члены ряда Фурье, определяющие гармонические колебания с частотами  $n\omega$ , являются гармониками негармонического колебания:

$$A(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t + \varphi_n), \quad (22)$$

где  $\varphi_n = \arctg \frac{a_n}{b_n}$  – сдвиг фазы.

Амплитуда  $A_n$  гармоники определяется как:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad (23)$$

где  $a_n$  и  $b_n$  – коэффициенты Фурье.

Коэффициенты Фурье определяются из условий:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A(t) \cos n\omega t dt, \quad (24)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A(t) \sin n\omega t dt. \quad (25)$$

Во втором случае причиной, вызывающей колебания корпуса боевой машины при движении, являются неровности дороги. Профиль дороги рассматриваем как сочетание отдельных неровностей, характеризующихся длиной, высотой, формой и чередованием. Радиус колеса БТР значительно больше высоты неровности, а упругая шина обладает способностью сглаживать резкие очертания неровностей. Поэтому профиль неровностей принимают синусоидальным относительно средней линии неровности. Дорожную неровность представим в виде сдвинутой синусоиды (рис. 2), которая описывается уравнением [4]:

$$\eta = \eta_0 \left( 1 - \cos 2\pi \frac{x}{L} \right), \quad (26)$$

где  $\eta_0, L$  – максимальная высота и длина неровности;  $\eta, x$  – текущие значения высоты и длины неровности.

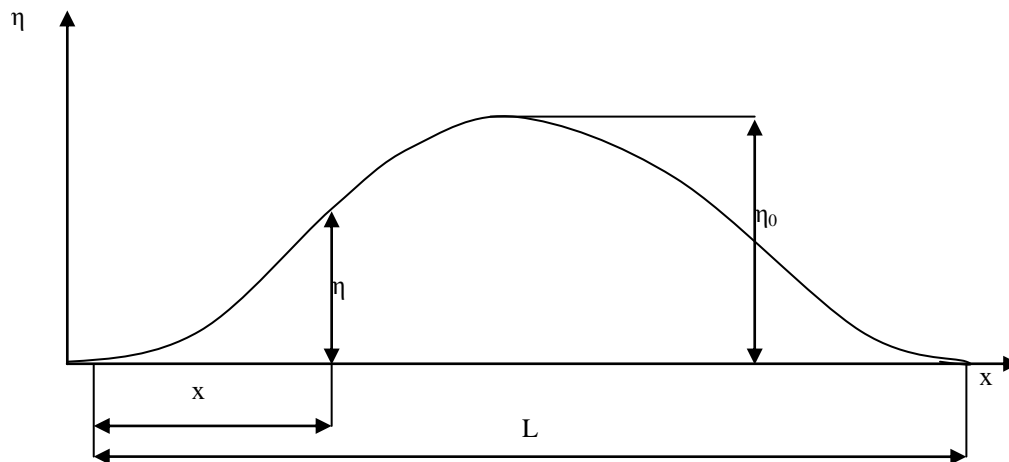


Рисунок 2 – Схема неровности синусоидального профиля

При движении, высота неровности представляется в виде  $\eta = f(\tau)$ . При отсутствии движения  $\eta = 0$ .

Вследствие допущения о равномерном прямолинейном движении боевой машины, текущее значение неровности дороги можно записать:

$$x = Vt, \quad (27)$$

где  $V$  – скорость движения;  $t$  – текущее время движения.

Тогда

$$\eta = \eta_0 (1 - \cos \omega t), \quad (28)$$

где  $\omega = \frac{2\pi V}{L}$  – частота следования дорожных неровностей.

При единичных неровностях понятие частоты теряет смысл, и тогда величину  $\omega_0$  связывают со временем проезда неровности:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (29)$$

Расстояние между повторяющимися неровностями принимается 1–1,5 базы боевой машины, а высота неровности принимается до 140–150 мм [7]. Возмущения, связанные с неровностями дороги, имеют максимальную частоту следования дорожных неровностей  $\omega_{\max} = 5\text{--}7 \text{ с}^{-1}$ .

**Выводы.** Предложенная методика определения значений параметров колебаний системы "ствол–корпус–подвеска" позволяет определить значения характеристик колебаний вызванных возмущениями системы как при стрельбе с места, так и в движении.

#### Литература

1. Алфёров В.В. Конструкция и расчет автоматического оружия. – М.: Машиностроение, 1977. – 248 с.
2. Чуев Ю.В. Проектирование ствольных комплексов. – М: Машиностроение, 1976 – 216с.
3. Извеков Е.В., Каплунов Б.А. Оптимизация обеспечения стрельбы артиллерии. – М.: Воениздат, 1979. – 112 с.

4. Голомбовский А.К. и др. Теория и расчет автоматического оружия. – Пенза: Издательство ПВАИУ им. Н.Н. Воронова, 1980. – 493 с.
5. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. – М.: Наука, 1981. – 720 с.
6. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.В. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959. – 916 с.
7. Жадан В.А., Кононенко В.А., Кудров В.М., Муцинский Ю.М. О совершенствовании системы поддресоривания, направленном на повышение подвижности танка. // Механіка та машинобудування-№2. – 2004. С. 148–153.
8. Розробка заходів по забезпеченню влучності 30 мм автоматичної пушки бойових модулів «Гром», «Штурм» для БТР-60, БТР-70, БТР-3, БТР-4 що модернізуються: звіт про НДР 21.11.2008/ Академія внутрішніх військ МВС України; керівн. О.Б. Аніпко; викон. Д.С. Баулін, О.М. Рікунов. – Х., 2008. – 74 с. – Інв. №64.

УДК 623.4.01

Аніпко О.Б., Рікунов О.М.

**ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ СИСТЕМИ  
«СТВОЛ–КОРПУС–ПІДВІСКА» ЗА ДОПОМОГОЮ РОЗКЛАДАННЯ В РЯД ФУР'Є**

Розглянуто методику визначення значень параметрів гармонічних коливань системи «ствол–корпус–підвіска» за допомогою розкладання в ряд Фур'є, зумовлених збурюванням системи при стрільбі як з місця так і в русі.

Anipko O.B., Rikunov O.N.

**THE DECISION OF THE PROBLEM DEFINITION OF PARAMETERS THE HARMONIOUS  
SWUNG OF THE SYSTEM "BARREL–HULL–SUSPENSION"  
BY MEANS EXPANSION FOURIER SERIES**

The technique of definition values parametres the harmonious swung of the system "barrel–hull–suspension" by means expansion Fourier series, caused by system's disturbance at shooting both from a place, and in movement is considered